

Codici rilevatori di errori

E correttori

Introduzione

- Quando si trasmettono dei dati, può capitare che delle informazioni vengano perse durante il percorso
- Per sapere se l'informazione ricevuta è esatta, ci sono degli appositi codici rilevatori di errori e alcuni che li correggono altri
- La maggior parte dei codici rilevatori di errori sono anche correttori di errori
- I codici che andremo a studiare sono codici ridondanti nel senso che vengono aggiunti dei bit all'interno dei dati trasmessi, non utili ai fini dell'informazione

Codice di parità

- È una delle tecniche più semplici per il rilevamento degli errori.
- Si aggiunge all'inizio o alla fine dei dati trasmessi un bit di ridondanza tale da rendere pari o dispari il numero di 1 presenti all'interno del codice binario trasmesso.
- La parità si dice dispari se il bit aggiunto rende dispari il numero di 1, si dice pari se avviene il contrario.
- naturalmente, sia il mittente che il destinatario devono conoscere la parità del codice.
- Tale sistema non permette di correggere gli errori e non sempre è possibile riconoscere la presenza o meno degli errori

CRC: Cycle Redoundance Cheching

- Ogni codice binario può essere scritto come un polinomio in x
- Es: 1100011
- Si divide il polinomio per un polinomio dato modulo due.
- Sia il mittente che il destinatario devono conoscere il divisore es: x^2+1
- Il resto ottenuto dalla divisione viene aggiunto al codice da trasmettere. Il destinatario eseguirà di nuovo la divisione e, solo se il resto è zero, il codice ricevuto è esatto

CRC

- Prima di procedere per la divisione, bisogna aggiungere alla fine del codice tanti zeri quanti sono i bit del resto. Visto che il codice generatore è a tre bit, si aggiungono alla fine due zeri
- Si procede come segue 1100011:101

110001100:101= le prime tre cifre del dividendo vengono confrontate tramite EX-OR con le tre cifre del divisore 110⊕

101=011 011⊕

101=011 110⊕

101=011 111⊕

101=010

Il codice da trasmettere è 1100011 10

CRC

- In ricezione, al codice si aggiungono i bit del resto.
- Se la divisione del dato ricevuto per il codice 101 da resto zero, allora il codice è esatto altrimenti è errato

Codice dati

Codice ridondante

1100011

010

CRC

- Secondo esempio:

Si vuole trasmettere il seguente codice: 11001001; si divide per X^3+1 e, si effettua l'operazione qui riportata:

The diagram shows the long division of the message $T(x) = 11001001000$ by the divisor $C(x) = 1001$. The process is as follows:

- Step 1: 11001001000 minus 1001000 (aligned under the first four bits) gives 1001000 .
- Step 2: 1001000 minus 1001000 (aligned under the first four bits) gives 0000000 .
- Step 3: 0000000 minus 0001000 (aligned under the first four bits) gives 1001000 .
- Step 4: 1001000 minus 1001000 (aligned under the first four bits) gives 0001000 .
- Step 5: 0001000 minus 0001000 (aligned under the first four bits) gives 1001000 .
- Step 6: 1001000 minus 1001000 (aligned under the first four bits) gives 0101000 .
- Step 7: 0101000 minus 0101000 (aligned under the first four bits) gives 1001000 .
- Step 8: 1001000 minus 1001000 (aligned under the first four bits) gives 0011000 .

The final remainder is 0011 .

```
      1 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 ← Messaggio T(x)
Divisore C(x) → 1 0 0 1 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
                0 1 0 1 1
                -----
                1 0 0 1 ↓ ↓
                0 0 1 0 0 0
                -----
                1 0 0 1 ↓ ↓ ↓
                0 0 0 1 1 0 0
                -----
                1 0 0 1 ↓
                0 1 0 1 0
                -----
                1 0 0 1
                -----
                0 0 1 1 ← Resto R(x)
```

Codice Hamming

- Anche questo codice ammette una ridondanza ma, al contrario dei precedenti, oltre a rilevare gli errori li corregge anche.
- Si parte da un codice da trasmettere ad n bit.
- Nelle posizioni potenze di 2 si aggiungono delle ridondanze che devono essere decise secondo le regole di parità
- Es. sia il codice 11100011101

1	1	1	0	0	0	1	X	1	1	0	X	1	X	X
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Codice Hamming

- Bisogna capire cosa inserire al posto delle X
- Si vedono tutte le posizioni che contengono il bit=1
- Le posizioni contenenti 1 sono:

1	1	1	0	0	0	1	X	1	1	0	X	1	X	X
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

3	0011	\oplus
6	0110	\oplus
7	0111	\oplus
9	1001	\oplus
13	1101	\oplus
14	1110	\oplus
15	1111	=

0111

Codice Hamming

- Si aggiungono i bit di ridondanza ottenuti nella somma modulo due

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1

- In ricezione si sommano le posizioni che hanno il bit 1. Se la somma modulo 2 da zero, la ricezione è giusta, altrimenti è errata.

Verifica codice Hamming

15	1111
14	1110
13	1101
9	1001
7	0111
6	0110
4	0100
3	0011
2	0010
1	0001

0000

Distanza di Hamming

- Si definisce distanza di Hamming tra due dati in binario, il numero di bit per i quali i dati differiscono.
- Es: $x=11000011$
 $y=10100001$

La distanza di Hamming è 3 essendo tre i bit differenti

Esercizi

- Si voglia trasmettere i seguenti dati:
 - $(11001001001)_2$
 - $(52)_{10}$
 - $(2AF)_{16}$

Dopo aver trasformato i dati in binario, stabilire il codice con la ridondanza da trasmettere sia in codice di parità che in CRC e in Hamming.

Esercizi

- Vengono ricevuti i seguenti dati in codice Hamming, stabilire se sono corretti e, se sì a quanto corrispondono in decimale
 - 110010001001
 - 111110001110
 - 100000011100