

Errori a regime

Introduzione

- Per studiare meglio un sistema è necessario valutare il suo comportamento a regime, cioè quando tutti i fenomeni transitori hanno avuto termine
- Le specifiche della risposta a regime sono l'errore a regime e la insensibilità ai disturbi
- I disturbi possono essere di tipo parametrico e di tipo additivo
 - I disturbi di tipo parametrico sono quelli che dipendono dalla variazione dei parametri del sistema
 - I disturbi di tipo additivi sono esterni, es. improvviso aumento di temperatura o variazione di umidità...
- L'errore è la differenza tra la risposta ottenuta e quella desiderata da una sollecitazione esterna

Perché valutare l'errore di un sistema

- Supponiamo di voler controllare una grandezza fisica in un sistema tramite una retroazione
- Facciamo quindi un confronto continuo tra la grandezza desiderata che è quella in ingresso al sistema e il segnale in uscita.
- L'errore che si ottiene, cioè la differenza tra ingresso e uscita, dipende sia dalla funzione di trasferimento che dal tipo di segnale desiderato.
- Se l'errore tende a zero a regime, allora la funzione di trasferimento non deve essere cambiata altrimenti, bisogna cambiare dei parametri alla funzione di trasferimento

Errori

- Sia $u_d(t)$ la risposta desiderata in uscita da un sistema sollecitato da un segnale e $u(t)$ la risposta ottenuta dalla stessa sollecitazione; si definisce errore:

$$\varepsilon(t) = u_d(t) - u(t)$$

L'errore a regime:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \varepsilon(s)$$

Classificazione dei sistemi

- Prima di procedere alla trattazione degli errori, bisogna fare una classifica dei sistemi in base alla loro funzione di trasferimento
 - Sistemi di ordine zero: nessun polo nell'origine
 - Sistemi di ordine uno: polo semplice nell'origine
 - Sistemi di ordine due: polo doppio nell'origine

Sollecitazioni

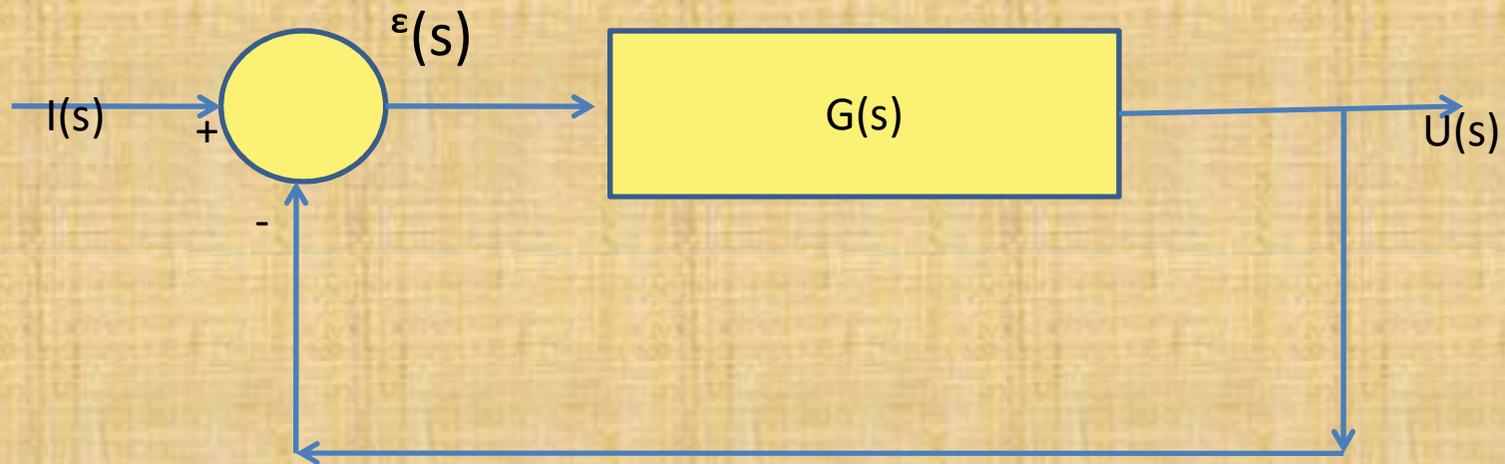
Nome sollecitazione	Nel domini del tempo	Nel dominio delle frequenze
A gradino unitario	1	1/s
A rampa unitaria	t	1/s ²
A parabola unitaria	t ²	1/s ³

Classificazione degli errori

Gli errori si classificano in base alla risposta alla sollecitazione esterna

Nome degli errori	Sollecitazione esterna
Di posizione	Gradino
Di velocità	Rampa
Accelerazione	Parabola

Sistema retroazionato



$$\frac{U(s)}{I(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \quad \longrightarrow \quad U(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} I(s)$$

Calcolo dell'errore

$$\varepsilon(s) = I(s) - U(s) = I(s) - G(s) * I(s) / (1 + G(s))$$

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s * \left(I(s) - \frac{G(s)}{1 + G(s)} * I(s) \right)$$

$$\varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * I(s) * \left(\frac{1}{1 + G(s)} \right)$$

Errore di posizione

$$\varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{R}{s} * \left(\frac{1}{1 + G(s)} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{1 + G(s)} = \frac{R}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)}$$

- Sistema di ordine zero: non ha poli nell'origine, quindi $G(s)$ tende ad un valore finito
- Sistema di ordine uno: ha un polo semplice nell'origine; $G(s)$ tende ad infinito e l'errore tende a zero
- Sistema di ordine due: ha un polo doppio nell'origine; $G(s)$ tende ad infinito e l'errore tende a zero

Errore di velocità

$$\varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{R}{s^2} * \left(\frac{1}{1 + G(s)} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{s + s * G(s)} = \frac{R}{\lim_{s \rightarrow 0} s * G(s)}$$

- Sistema di ordine zero: $R/0 = \infty$
- Sistema di ordine uno: tende ad un valore finito costante perché s si semplifica con il polo semplice nell'origine
- Sistema di ordine due: $1/\infty = 0$

Errore di accelerazione

$$e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{R}{s^3} * \left(\frac{1}{1 + G(s)} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{s^2 + s^2 * G(s)} = \frac{R}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 * G(s)}$$

- Sistema di primo ordine: $R/0 = \infty$
- Sistema di ordine uno: $R/0 = \infty$
- Sistema di ordine due: s^2 si semplifica con il polo doppio di $G(s)$ e l'errore tende ad un valore costante